

Question 4

il faut mettre  $b$  en fonction de  $a$  avec  $\text{périmètre}(EFGH) = 5 \times \text{périmètre}(ABCD)$

$$\text{soit } a^2 + 2ab^2 + 2b^2 = 5a^2$$

Ensuite on isole  $b$  d'un côté de l'expression :

$$2ab^2 + 2b^2 = 4a^2$$

$$2b^2(a+1) = 4a^2$$

$$2b^2 = \frac{4a^2}{(a+1)}$$

$$b = \sqrt{\frac{2a^2}{(a+1)}}$$

soit, si on veut éviter d'avoir encore un carré sous la racine :

$$b = \frac{\sqrt{2}a}{\sqrt{(a+1)}}$$

Question 5

On veut voir si  $\text{périmètre}(EFGH) = 5 \times \text{périmètre}(ABCD)$

$$\text{soit : } 4EF = 5 AB = 5 \times 4a$$

Et en utilisant le cas précédent avec l'aire  $(EFGH) = 5 \times \text{aire}(ABCD)$

où on avait  $b$  en fonction de  $a$

Vérifions ce que vaut  $4 EF$  (et si ça vaut  $20a$ , ce sera bon)

Précédemment, on a calculé  $EF^2 = a^2 + 2ab^2 + 2b^2$  (Pythagore)

$$D' où 4EF = 4 \sqrt{a^2 + 2ab^2 + 2b^2}$$

On remplace avec  $b$  trouvé en question 4

$$4 \sqrt{a^2 + 2a \frac{2a^2}{(a+1)} + 2 \frac{2a^2}{(a+1)}}$$

$$4 \sqrt{a^2 + \frac{4a^3}{(a+1)} + \frac{4a^2}{(a+1)}}$$

$$4 \sqrt{\frac{a^2(a+1)}{(a+1)} + \frac{4a^3}{(a+1)} + \frac{4a^2}{(a+1)}}$$

$$4 \sqrt{\frac{a^3 + a^2 + 4a^3 + 4a^2}{(a+1)}}$$

$$4 \sqrt{\frac{5a^3 + 5a^2}{(a+1)}}$$

$$4 \sqrt{\frac{5a^2(a+1)}{(a+1)}}$$

$$\text{soit : } 4\sqrt{5a^2}$$

ou encore :  $4\sqrt{5}a = \text{périmètre}(EFGH)$

On a donc  $\text{périmètre}(EFGH) = \sqrt{5} \text{ périmètre}(ABCD)$  et non pas  $5 \times \text{périmètre}(ABCD)$

CQFD